

# LU01b - Zahlensysteme: Einführung

Ein Zahlensystem bestimmt die Symbole (0, 1, 2, ...) zur Notation von Zahlen und deren Bedeutung. Die heute verwendeten Zahlensysteme sind sogenannte Stellenwertsysteme. Das bedeutet: Der Wert eines Symbols ist abhängig davon, an welcher Stelle das Symbol steht.

Hat man ein Stellenwertsystem verstanden, so können die Regeln auf jedes beliebige andere Stellenwertsystem übertragen.

## Dezimalsystem (10er-System)

Am vertrautesten ist uns das 10er-System, da wir es im Alltag gebrauchen. Die Regeln für das 10er-System lauten:

- Es gibt 10 unterschiedliche Symbole für die Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).
- Der Wert des Symbols wird mit dem Wert der Stelle multipliziert.
  - Die Stelle direkt **links** vom Dezimalpunkt hat den Stellenwert **1**.
  - Nach links wird der Wert jeder Stelle mit 10 multipliziert.
  - Nach rechts wird der Wert jeder Stelle durch 10 dividiert.

### Beispiel

$$5'732.6_{10} = 5 \cdot 1'000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 6 \cdot 0.1$$

## Binärsystem (2er-System)

Das Binärsystem dient zur Speicherung und Verarbeitung von Informationen.

Die Regeln für das 2er-System lauten:

- Es gibt 2 unterschiedliche Symbole für die Ziffern (0, 1).
- Der Wert des Symbols wird mit dem Wert der Stelle multipliziert.
  - Die Stelle direkt **links** vom Dezimalpunkt hat den Stellenwert **1**.
  - Nach links wird der Wert jeder Stelle mit 2 multipliziert.
  - Nach rechts wird der Wert jeder Stelle durch 2 dividiert.

### Beispiel

$$01011100.1001_2 = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1/2 + 1 \cdot 1/16$$

# Hexadezimals System (16er-System)

Zur Darstellung von binär codierten Zahlen, werden jeweils 4 binäre Ziffern zu einer hexadezimalen Ziffer zusammen gefasst. Dadurch können Informationen kompakter dargestellt werden.

Die Regeln für das 16er-System lauten:

- Es gibt 16 unterschiedliche Symbole für die Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).
  - A entspricht dem Wert 10
  - B entspricht dem Wert 11
  - ...
  - F entspricht dem Wert 15
- Der Wert des Symbols wird mit dem Wert der Stelle multipliziert.
  - Die Stelle direkt **links** vom Dezimalpunkt hat den Stellenwert **1**.
  - Nach links wird der Wert jeder Stelle mit 16 multipliziert.
  - Nach rechts wird der Wert jeder Stelle durch 16 dividiert.

## Beispiele

### Hexadezimal in Dezimal umrechnen

$$A3C2_{16} = 10 \cdot 4096 + 3 \cdot 256 + 12 \cdot 16 + 2 \cdot 1 = 41922_{10}$$

### Binär in Hexadezimal umrechnen

Binär:	0101	1100	1001	0011
Hex:	5	C	9	3

## Zahlensysteme umrechnen

### Umwandlung im 2er/8er/16er System

Die Zahlensysteme Binär (2er), Oktal (8er) und Hexadezimal (16er) lassen sich recht einfach umwandeln. Das liegt daran, dass 2, 8 und 16 alle Potenzen der Zahl 2 sind:

- $2 = 2^1$
- $8 = 2^3$
- $16 = 2^4$

Wollen wir eine Zahl vom Binär- ins Oktal-System umwandeln, so nehmen wir von rechts nach links jeweils 3 binäre Stellen und wandeln diese in 1 oktale Stelle um:

$$01\ 101\ 011 = 153$$

Vom Hexadezimalsystem ins Binärsystem wandeln wir 1 hexadezimale Stelle in 4 binäre Stellen um:

$$A31C = 1010\ 0011\ 0001\ 1100$$

## Umrechnen von/nach Dezimalsystem

Das Dezimalsystem basiert nicht auf einer Potenz der Zahl 2. Daher müssen wir die Zahlen umrechnen und können nicht einfach Stellen ersetzen.

### Dezimalzahl umrechnen

Bei der Umrechnung einer Dezimalzahl dividieren wir die Zahl immer wieder durch die neue Basis, z.B. 16. Bei jeder Division notieren wir den ganzzahligen Rest.

$$253_{10} = FD_{16}$$

$$\begin{array}{lcl} 253 / 16 = 15 & \text{Rest } 13 & \Rightarrow \text{Notiere D} \\ 15 / 16 = 0 & \text{Rest } 15 & \Rightarrow \text{Notiere F} \end{array}$$

$$253_{10} = 375_8$$

$$\begin{array}{lcl} 253 / 8 = 31 & \text{Rest } 5 & \\ 31 / 8 = 3 & \text{Rest } 7 & \\ 3 / 8 = 0 & \text{Rest } 3 & \end{array}$$

## Umrechnung ins Dezimalsystem

### System Multiplikation

Bei der Umrechnung in eine Dezimalzahl wenden wir wiederholt eine Multiplikation und Addition an. Dabei gehen wir von links nach rechts vor:

$$375_8 = 253_{10}$$

$$\begin{array}{l} 0 * 8 + 3 = 3 \\ 3 * 8 + 7 = 31 \\ 31 * 8 + 5 = 253 \end{array}$$

### System Stellenwertsystem

Jede Zahl im Zehnersystem<sub>10</sub> hat einen bestimmten Stellenwert.

Schauen wir uns dazu die Zahl  $732_{10}$  an.

732 ist die Summe aus:

$$\begin{array}{rcll} 7 \cdot 10^2 & = & 7 \cdot 100 & = 700 + \\ 3 \cdot 10^1 & = & 3 \cdot 10 & = 30 + \\ 2 \cdot 10^0 & = & 2 \cdot 1 & = 2 + \\ & & & 732 \end{array}$$

Schauen wir uns dazu die Zahl  $A4B_{16}$  an.

A4B ist die Summe aus:

$$\begin{array}{rcll} A \cdot 16^2 & = & 10 \cdot 256 & = 2560 + \\ 4 \cdot 16^1 & = & 4 \cdot 16 & = 64 + \\ B \cdot 16^0 & = & 11 \cdot 1 & = 11 + \\ & & & 2635 \end{array}$$



Genauer erfahren Sie auf den nächsten Theorieseiten!

[m114-A1G](#), [m114-A1F](#)



Marcel Suter

From:

<https://wiki.bzz.ch/> - **BZZ - Modulwiki**

Permanent link:

<https://wiki.bzz.ch/modul/m114/learningunits/lu01/zahlensystemeinfuehrung>

Last update: **2025/01/30 13:08**

