

# LU02a - Normalverteilung

**Ziel:** Du kannst erklären, was eine Normalverteilung ist, ihre Eigenschaften benennen und reale Beispiele dafür nennen.

## Kurztheorie (Merksätze)

- Viele reale Datensätze häufen sich um einen **zentralen Wert** – die Normalverteilung beschreibt genau diese Form.
- Die Kurve sieht aus wie eine **Glocke** → wird auch „Glockenkurve„ genannt.
- **Mittelwert = Median = Modus** – alle drei Lagemaße fallen auf denselben Punkt.
- Die Kurve ist **symmetrisch**: 50 % der Werte liegen links, 50 % rechts vom Mittelwert.
- Reale Daten sind selten *perfekt* normalverteilt – die Normalverteilung ist ein nützliches **Modell**.

## 1) Wie können Daten verteilt sein?

Daten lassen sich auf ganz verschiedene Arten verteilt sein:



| Typ                   | Beschreibung                               | Beispiel                            |
|-----------------------|--|-------------------------------------|
| <b>Linksschief</b>    | Schweif zeigt nach links, Häufungen rechts | Sterbealter in entwickelten Ländern |
| <b>Normalverteilt</b> | Symmetrische Glocke, Häufung in der Mitte  | Körpergrösse, Testergebnisse        |
| <b>Rechtsschief</b>   | Schweif zeigt nach rechts, Häufungen links | Einkommen, Wartezeiten              |

In der Praxis begegnet uns die Normalverteilung sehr häufig – entweder weil Daten tatsächlich so verteilt sind, oder weil sie als **Modell** für Berechnungen dient.

## 2) Eigenschaften der Normalverteilung



Die Normalverteilung hat drei wichtige Eigenschaften:

### 2.1 Mittelwert = Median = Modus

Bei einer perfekten Normalverteilung fallen alle drei zentralen Lagemaße zusammen:

- **Mittelwert ( $\mu$ ):** arithmetischer Durchschnitt aller Werte

- **Median:** der mittlere Wert (50. Perzentil)
- **Modus:** der am häufigsten vorkommende Wert

Dies passiert genau dann, wenn die Verteilung **perfekt symmetrisch** ist.

## 2.2 Symmetrie

Die Glockenform ist **links-rechts-symmetrisch** um den Mittelwert  $\mu$ . Das bedeutet:

- Genau **50 %** der Werte liegen *unterhalb* des Mittelwerts.
- Genau **50 %** der Werte liegen *oberhalb* des Mittelwerts.

## 2.3 Asymptotisch gegen null

Die Kurve nähert sich der x-Achse immer mehr an, **erreicht sie aber nie** (asymptotisch). Theoretisch können Werte beliebig weit vom Mittelwert entfernt sein – aber ihre Wahrscheinlichkeit wird extrem klein.

# 3) Beispiele aus der Praxis

Viele reale Phänomene folgen näherungsweise einer Normalverteilung:

| Phänomen                     | Mittelwert (typisch) | Bemerkung                         |
|------------------------------|----------------------|-----------------------------------|
| Körpergrösse (Frauen CH)     | $\approx 165$ cm     | Grosse wie kleine Frauen seltener |
| IQ-Werte                     | 100                  | $\sigma = 15$ per Definition      |
| Blutdruck (diastolisch)      | $\approx 80$ mmHg    | Natürliche biologische Streuung   |
| Produktionsmasse (Industrie) | Sollmass             | Maschinen schwanken leicht        |
| Testergebnisse               | Klassenmittel        | Bei gut konstruierten Tests       |

**Wichtig:** Die meisten realen Daten sind nur **näherungsweise** normalverteilt. Das Modell ist trotzdem sehr nützlich, weil sich damit Wahrscheinlichkeiten berechnen lassen.

# 4) Die mathematische Form

Die Normalverteilung wird durch zwei Parameter vollständig beschrieben:

- $\mu$  (**Mu**) = Mittelwert  $\rightarrow$  bestimmt, wo die Glocke zentriert ist
- $\sigma$  (**Sigma**) = Standardabweichung  $\rightarrow$  bestimmt, wie breit/schmal die Glocke ist

Die Dichtefunktion lautet:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

**Hinweis:** Diese Formel muss nicht auswendig gelernt werden. Wichtig ist das Verständnis:  $\mu$  verschiebt die Kurve horizontal,  $\sigma$  staucht oder streckt sie.

## Verständnisfragen

1. Nenne **drei reale Phänomene**, die näherungsweise normalverteilt sind.
2. Was passiert mit der Glockenform, wenn der Mittelwert  $\mu$  grösser wird?
3. Warum sind Mittelwert, Median und Modus bei einer Normalverteilung gleich?
4. Ist ein Datensatz mit einer kleinen Erhebung (z.B. 10 Messungen) schon normalverteilt? Begründe.

**Weiter zu:** [LU01b - Standardabweichung und 68-95-99.7-Regel](#) →



Bearbeitet nach [mathsisfun.com](https://mathsisfun.com)

From:

<https://wiki.bzz.ch/> - BZZ - Modulwiki

Permanent link:

<https://wiki.bzz.ch/modul/mathe/ma4/thema/wahrscheinlichkeit/normalverteilung?rev=1776062546>

Last update: **2026/04/13 08:42**

