

LU02a - Normalverteilung

Ziel: Du kannst erklären, was eine Normalverteilung ist, ihre Eigenschaften benennen und reale Beispiele dafür nennen.

Kurztheorie (Merksätze)

- Viele reale Datensätze häufen sich um einen **zentralen Wert** – die Normalverteilung beschreibt genau diese Form.
- Die Kurve sieht aus wie eine **Glocke** → wird auch „Glockenkurve,“ genannt.
- **Mittelwert = Median = Modus** – alle drei Lagemaße fallen auf denselben Punkt.
- Die Kurve ist **symmetrisch**: 50 % der Werte liegen links, 50 % rechts vom Mittelwert.
- Reale Daten sind selten *perfekt* normalverteilt – die Normalverteilung ist ein nützliches **Modell**.

1) Wie können Daten verteilt sein?

Daten lassen sich auf ganz verschiedene Arten verteilt sein:



Typ	Beschreibung	Beispiel
Linksschief	Schweif zeigt nach links, Häufungen rechts	Sterbealter in entwickelten Ländern
Normalverteilt	Symmetrische Glocke, Häufung in der Mitte	Körpergrösse, Testergebnisse
Rechtsschief	Schweif zeigt nach rechts, Häufungen links	Einkommen, Wartezeiten

In der Praxis begegnet uns die Normalverteilung sehr häufig – entweder weil Daten tatsächlich so verteilt sind, oder weil sie als **Modell** für Berechnungen dient.

2) Eigenschaften der Normalverteilung



Die Normalverteilung hat drei wichtige Eigenschaften:

2.1 Mittelwert = Median = Modus

Bei einer perfekten Normalverteilung fallen alle drei zentralen Lagemasse zusammen:

- **Mittelwert (μ):** arithmetischer Durchschnitt aller Werte
- **Median:** der mittlere Wert (50. Perzentil)
- **Modus:** der am häufigsten vorkommende Wert

Dies passiert genau dann, wenn die Verteilung **perfekt symmetrisch** ist.

2.2 Symmetrie

Die Glockenform ist **links-rechts-symmetrisch** um den Mittelwert μ . Das bedeutet:

- Genau **50 %** der Werte liegen *unterhalb* des Mittelwerts.
- Genau **50 %** der Werte liegen *oberhalb* des Mittelwerts.

2.3 Asymptotisch gegen null

Die Kurve nähert sich der x-Achse immer mehr an, **erreicht sie aber nie** (asymptotisch). Theoretisch können Werte beliebig weit vom Mittelwert entfernt sein – aber ihre Wahrscheinlichkeit wird extrem klein.

3) Beispiele aus der Praxis

Viele reale Phänomene folgen näherungsweise einer Normalverteilung:

Phänomen	Mittelwert (typisch)	Bemerkung
Körpergrösse (Frauen CH)	≈ 165 cm	Grosse wie kleine Frauen seltener
IQ-Werte	100	$\sigma = 15$ per Definition
Blutdruck (diastolisch)	≈ 80 mmHg	Natürliche biologische Streuung
Produktionsmasse (Industrie)	Sollmass	Maschinen schwanken leicht
Testergebnisse	Klassenmittel	Bei gut konstruierten Tests

Wichtig: Die meisten realen Daten sind nur **näherungsweise** normalverteilt. Das Modell ist trotzdem sehr nützlich, weil sich damit Wahrscheinlichkeiten berechnen lassen.

4) Die mathematische Form

Die Normalverteilung wird durch zwei Parameter vollständig beschrieben:

- **μ (Mu)** = Mittelwert \rightarrow bestimmt, wo die Glocke zentriert ist
- **σ (Sigma)** = Standardabweichung \rightarrow bestimmt, wie breit/schmal die Glocke ist

Die Dichtefunktion lautet:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Hinweis: Diese Formel muss nicht auswendig gelernt werden. Wichtig ist das Verständnis: μ verschiebt die Kurve horizontal, σ staucht oder streckt sie.

Verständnisfragen

1. Nenne **drei reale Phänomene**, die näherungsweise normalverteilt sind.
2. Was passiert mit der Glockenform, wenn der Mittelwert μ grösser wird?
3. Warum sind Mittelwert, Median und Modus bei einer Normalverteilung gleich?
4. Ist ein Datensatz mit einer kleinen Erhebung (z.B. 10 Messungen) schon normalverteilt? Begründe.

Weiter zu: [LU01b - Standardabweichung und 68-95-99.7-Regel](#) \rightarrow



Bearbeitet nach mathsisfun.com

From:
<https://wiki.bzz.ch/> - **BZZ - Modulwiki**

Permanent link:
<https://wiki.bzz.ch/modul/mathe/ma4/thema/wahrscheinlichkeit/normalverteilung?rev=1776062910>

Last update: **2026/04/13 08:48**

