1. Ein paar Grundregeln

Um algebraische Terme zu vereinfachen, müssen ein paar Grundregeln beachtet werden. Ohne diese Kenntnisse ist Algebra oft ein „Buch mit sieben Siegeln“.

Beispiel:
$\frac{8a^{2} + 8ab - 6b^{2}}{20a^{2} - 30ab + 10b^{2}} =$?

1. Schritt: Faktorisieren der Terme im Zähler und im Nenner.
$8a^{2} + 8ab - 6b^{2} = (xa + yb) \cdot (za - wb)$

- Da $-6b^{2}$ steht, ist klar, dass die Terme mit + und - vorkommen müssen.
- Weiter gilt
  - $x \cdot z = 8$
  - $y \cdot (-w) = -6$
  - $x \cdot (-w) + y \cdot z = 8$
- $\Rightarrow$ $8a^{2} + 8ab - 6b^{2} = (2a + 3b) \cdot (4a - 2b)$

$20a^{2} - 30ab + 10b^{2} = (xa - yb) \cdot (za - wb)$

- Da ab negativ ist und b^{2} positiv, ist klar, dass die Terme mit - und - vorkommen müssen.
- Weiter gilt
  - $x \cdot z = 20$
  - $(-y) \cdot (-w) = 10$
  - $x \cdot (-w) + (-y) \cdot z = -30$
- $\Rightarrow$ $20a^{2} - 30ab + 10b^{2} = (4a - 2b) \cdot (5a - 5b)$

2. Schritt: Kürzen des Bruches
$\frac{(2a + 3b) \cdot (4a - 2b)}{(4a - 2b) \cdot (5a - 5b)} = \frac{(2a + 3b)}{(5a - 5b)}$

3. Schritt: Ausklammern
$5a - 5b = 5 \cdot (a - b) \Rightarrow \frac{(2a + 3b)}{(5a - 5b)} = \frac{(2a + 3b)}{5 \cdot (a - b)}= \frac{1}{5}$ · $\frac{(2a + 3b)}{(a - b)}$

Folgende Themen müssen „sitzen“, um Algebraaufgaben stilsicher lösen zu können:

- Vorzeichenregel
- Punkt vor Strich
- Assoziativ-, Kommutativ- und Distributivgesetz
- Binome und Potenzen
- Pascal'sches Dreieck
- Faktorisieren
- Bruchrechnen

Vorzeichenregel

$(-)\cdot(-) = (+)$ und $(-)\cdot(-)\cdot(-) = (-)$

$5 \cdot 5 = 25$
$5 \cdot (-5) = -25$
$(-5) \cdot (-5) = 25$

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$5 \cdot 5 \cdot (-5) = -125$
$5 \cdot (-5) \cdot (-5) = 125$
$(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Mehr dazu von Studyflix

Bei einer geraden Anzahl negativer Vorzeichen, wird das Produkt positiv und bei einer ungeraden Anzahl negativ.
Das gilt auch bei der Division, da ja $3 \div\ 5 = 3 \cdot \frac{1}5 = \frac{3}5$

Weiter gilt
$+ (-) = -$ und $- (-) = +$
$5 + (-3) = 5 - 3 = 2$ und $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

Punkt vor Strich

Eine einfache Regel, die (leider) oft nicht beachtet wird, gerade dann beim Kürzen von Brüchen.

5 + 3 · 4 = 17
Aber! (5 + 3) · 4 = 32

Was man leider immer wieder sieht…
…$\frac{5 + 3 \cdot 4}{5 + 3} = 4$, was natürlich falsch ist, weil aus einer Strichoperation gekürzt wird.
Aber! $\frac{(5 + 3) \cdot 4}{5 + 3} = 4$, weil hier aus einer Punktoperation gekürzt wird.
Mehr dazu von Studyflix

Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz

So einfach, aber vielfach nicht bekannt.

Kommutativgesetz

$5 + 3 = 3 + 5$ und $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$
Aber! $5 - 3 \neq 3 - 5$ und $5 \div 3 \neq 3 \div 5$
Mehr dazu von Studyflix

> Das Kommutativgesetz gilt nur für Addition und Multiplikation!

Assoziativgesetz

$(5 + 2) + 7 = 5 + (2 + 7) = 14$ und $(5 \cdot 3) \cdot 7 = 5 \cdot (3 \cdot 7) = 105$
Aber! $(5 - 2) -7 \neq 5 - (2 - 7)$, da $(5 - 2) - 7 = 3 - 7 = -4$ und $5 - (2 - 7) = 5 - (-5) = 10$ sowie $(16 \div 2) \div 4 \neq 16 \div (2 \div 4)$, da $(16 \div 2) \div 4 = 8 \div 4 = 2$ und $16 \div (2 \div 4) = 16 \div 0.5 = 32$
Mehr dazu von Studyflix

> Das Assoziativgesetz gilt nur für Addition und Multiplikation!

Distributivgesetz

$5 \cdot (7 + 3) = 5\cdot7 + 5\cdot3 = 50$ und $(15 + 20) \div 5 = 15 \div 5 + 20 \div 5 = 7$
Aber! $20 \div (5 + 4) \neq 20 \div 5 + 20 \div 4$, da $20 \div (4 + 5) = 20 \div 20 = 1$ und $20 \div 5 + 20 \div 4 = 4 + 5 =9$
Mehr dazu von Studyflix

> Das Distibutivgesetz gilt bei der Division nur für den Zähler aber nicht für den Nenner!

Das Distributivgesetz wird oft auch als „Ausklammerregel“ bezeichnet, weil ein Faktor aus einer Summe bzw. einer Differenz ausgeklammert wird.
$208 + 117 = 13\cdot(16 + 9)$
Wie aber bestimmt man den ausgeklammerten Faktor, hier den Wert 13? Dazu dient der ggT (grösster gemeinsamer Teiler).
Durch Primfaktorzerlegung erhält man:
$208 = 2 * 2 * 2 * 2 * 13$
$117 = 3 * 3 * 13$
In beiden Zahlen ist 13 der grösste Teiler. Mehr dazu bei Studyflix